CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**
Formy arkusza:	MMAP-P0-100 (wersje arkusza: A i B), MMAP-P0-200, MMAP-P0-300, MMAP-P0-400, MMAP-P0-700, MMAP-P0-Q00, MMAP-P0-K00
Termin egzaminu:	5 maja 2026 r.
Data publikacji dokumentu:	26 czerwca 2026 r.

Uwagi ogólne:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający poprawnie rozwiąże zadanie i otrzyma poprawny wynik, lecz w końcowym zapisie przekształca ten wynik i popełnia przy tym błąd, to może uzyskać maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli zdający popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: I.1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych; I.4) stosuje […] prawa działań na […] pierwiastkach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
C	B

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: I.8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
B	C

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
C	D

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
B	C

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych; I.4) stosuje […] prawa działań na potęgach […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
PP	PP

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
A	B

Zadanie 7. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia […].

Zasady oceniania

2 pkt – przeprowadzenie pełnego rozumowania, tj.

- uzasadnienie, że liczba $7n^2+21n$ jest podzielna przez 7 i przez 2
  LUB
- rozpatrzenie przypadku, gdy $n=2k$, tj. uzasadnienie, że liczba $7\cdot(2k)^2+21\cdot(2k)$ jest podzielna przez 14, **oraz** rozpatrzenie przypadku, gdy $n=2k+1$, tj. uzasadnienie, że liczba $7\cdot(2k+1)^2+21\cdot(2k+1)$ jest podzielna przez 14.

1 pkt – uzasadnienie, że liczba $7n^2+21n$ jest podzielna przez 7
ALBO
– uzasadnienie, że liczba $7n^2+21n$ jest podzielna przez 2,
ALBO
– rozpatrzenie przypadku, gdy $n=2k$, tj. uzasadnienie, że liczba $7\cdot(2k)^2+21\cdot(2k)$ jest podzielna przez 14,
ALBO
– rozpatrzenie przypadku, gdy $n=2k+1$, tj. uzasadnienie, że liczba $7\cdot(2k+1)^2+21\cdot(2k+1)$ jest podzielna przez 14.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający sprawdza prawdziwość tezy tylko dla wybranych wartości n, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

2. Jeżeli zdający wykazuje, że dla każdej liczby całkowitej n wyrażenie $7n^2-21n$ (zamiast $7n^2+21n$) jest podzielne przez 14, to może otrzymać co najwyżej **1 punkt** za całe rozwiązanie.

3. Jeżeli zdający przyjmuje np. $n=14k+r$, gdzie $k\in\mathbb{Z}$ i r jest resztą z dzielenia liczby n przez 14, i przeprowadzi pełne rozumowanie dla wszystkich przypadków, to otrzymuje **2 punkty**.
Gdy przeprowadzi pełne rozumowanie dla co najmniej połowy przypadków, ale nie przeprowadzi pełnego rozumowania dla wszystkich przypadków, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

4. Jeżeli zdający zapisze równanie $7n(n+3)=0$ (lub $7(n^2+3n)=0$), to nie uznaje się tego zapisu jako uzasadnienia podzielności wyrażenia $7n^2+21n$ przez 7.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Liczba $7n^2+21n$ jest podzielna przez 7 jako suma dwóch liczb podzielnych przez 7.
Gdy liczba n jest parzysta, to liczby $7n^2$ oraz $21n$ są parzyste, więc liczba $7n^2+21n$ jest parzysta jako suma dwóch liczb parzystych.
Gdy liczba n jest nieparzysta, to liczby $7n^2$ oraz $21n$ są nieparzyste jako iloczyny liczb nieparzystych i w konsekwencji liczba $7n^2+21n$ jest parzysta jako suma dwóch liczb nieparzystych.
Zatem liczba $7n^2+21n$ jest podzielna przez 2 i przez 7. Liczby 2 i 7 są względnie pierwsze, więc liczba $7n^2+21n$ jest podzielna przez $2\cdot 7=14$. To należało wykazać.

Sposób II

Przedstawiamy liczbę $7n^2+21n$ w postaci iloczynu:

$$7n^2+21n=7n(n+3)$$

Jeżeli liczba n jest parzysta, to wtedy liczba $n+3$ jest nieparzysta.
Jeżeli liczba n jest nieparzysta, to wtedy liczba $n+3$ jest parzysta.
Wynika stąd, że liczba $n(n+3)$ jest podzielna przez 2.
Zatem liczba $7n(n+3)$ jest podzielna przez $7\cdot 2=14$. To należało wykazać.

Sposób III

Rozważamy dwa przypadki: gdy liczba n jest parzysta i gdy liczba n jest nieparzysta.
Parzystą liczbę n możemy zapisać w postaci $n=2k$, gdzie $k\in\mathbb{Z}$.
Wtedy:

$$7n^2+21n=7\cdot(2k)^2+21\cdot(2k)=28k^2+42k=14\cdot(2k^2+3k)$$

Ponieważ k jest liczbą całkowitą, to liczba $2k^2+3k$ również jest całkowita, zatem iloczyn $14\cdot(2k^2+3k)$ jest podzielny przez 14.

Nieparzystą liczbę n możemy zapisać w postaci $n=2k+1$, gdzie $k\in\mathbb{Z}$.
Wtedy:

$$7n^2+21n=7\cdot(2k+1)^2+21\cdot(2k+1)=7(4k^2+4k+1)+42k+21=$$
$$=28k^2+28k+7+42k+21=28k^2+70k+28=14\cdot(2k^2+5k+2)$$

Ponieważ k jest liczbą całkowitą, to liczba $2k^2+5k+2$ również jest całkowita, zatem iloczyn $14\cdot(2k^2+5k+2)$ jest podzielny przez 14. To należało wykazać.

Sposób IV

Przedstawiamy liczbę $7n^2+21n$ w postaci iloczynu:

$$7n^2+21n=7n(n+3)$$

Rozważamy dwa przypadki: gdy liczba n jest parzysta i gdy liczba n jest nieparzysta.
Parzystą liczbę n możemy zapisać w postaci $n=2k$, gdzie $k\in\mathbb{Z}$.
Wtedy:

$$7n(n+3)=7\cdot 2k\cdot(2k+3)=14\cdot k(2k+3)$$

Ponieważ k jest liczbą całkowitą, to liczba $2k+3$ również jest całkowita, zatem iloczyn $14 \cdot k(2k+3)$ jest podzielny przez 14.

Nieparzystą liczbę n możemy zapisać w postaci $n = 2k+1$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$.
Wtedy:

$$7n(n+3) = 7(2k+1)(2k+1+3) = 14 \cdot (2k+1)(k+2)$$

Ponieważ k jest liczbą całkowitą, to liczby $2k+1$ oraz $k+2$ również są całkowite, zatem iloczyn $14 \cdot (2k+1)(k+2)$ jest podzielny przez 14. To należało wykazać.

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
C	B

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
D	B

Zadanie 10. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.4) rozwiązuje […] nierówności kwadratowe.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right] \cup [2, +\infty)$

ALBO

– zastosowanie poprawnej metody i przedstawienie zbioru rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów, np.

1 pkt – obliczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego $3x^2 - 2x - 8$:

$x_1 = -\frac{4}{3}$ oraz $x_2 = 2$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Odpowiedź zdającego uznajemy za poprawną tylko wtedy, gdy można w sposób jednoznaczny ustalić, czy przedziały zapisane przez zdającego są otwarte czy domknięte.
2. Jeżeli zdający, obliczając pierwiastki trójmianu $3x^2 - 2x - 8$, popełni błędy (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający wyznacza pierwiastki trójmianu kwadratowego, gdy błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik Δ jest ujemny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
4. Jeżeli zdający rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia (np. $3x^2 + 4x$), i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność (np. $3x^2 + 4x \geq 0$), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
5. Jeżeli zdający poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów i jednocześnie zapisze niewłaściwy zbiór rozwiązań, np. $x \in \left[-\frac{4}{3}, 2\right]$ lub $x \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \cup (2, +\infty)$, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
6. Jeżeli zdający podzieli obie strony nierówności przez dwumian $3x + 4$ bez rozpatrywania znaku tego dwumianu, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający spełni kryterium za 1 punkt, a następnie pomyli porządek liczb na osi liczbowej przy zachowaniu poprawnych krańców przedziału, np. zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $(-\infty, 2] \cup \left[-\frac{4}{3}, +\infty\right)$ lub w postaci $\left(+\infty, -\frac{4}{3}\right] \cup [2, -\infty)$, to otrzymuje **2 punkty**.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Zapisujemy nierówność w postaci $3x^2 - 2x - 8 \geq 0$ i obliczamy miejsca zerowe funkcji kwadratowej $y = 3x^2 - 2x - 8$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu $3x^2 - 2x - 8$:

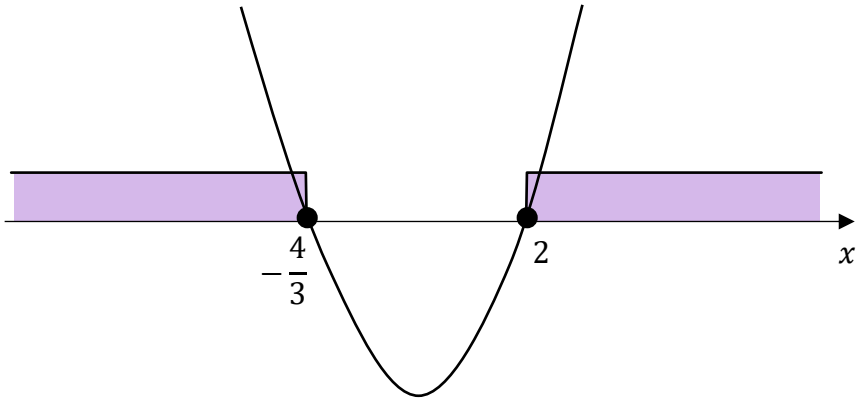
$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 100$$

Stąd:

$$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{100}}{2 \cdot 3} = -\frac{4}{3}$$

$$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{100}}{2 \cdot 3} = 2$$

Szkicujemy wykres funkcji kwadratowej $y = 3x^2 - 2x - 8$.
Odczytujemy argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości nieujemne.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right] \cup [2, +\infty)$.

Sposób II

Przekształcamy nierówność równoważnie i stosujemy metodę grupowania wyrazów:

$$3x^2 + 4x \geq 6x + 8$$

$$x(3x + 4) \geq 2(3x + 4)$$

$$x(3x + 4) - 2(3x + 4) \geq 0$$

$$(3x + 4)(x - 2) \geq 0$$

Obliczamy miejsca zerowe funkcji kwadratowej $y = (3x + 4)(x - 2)$:

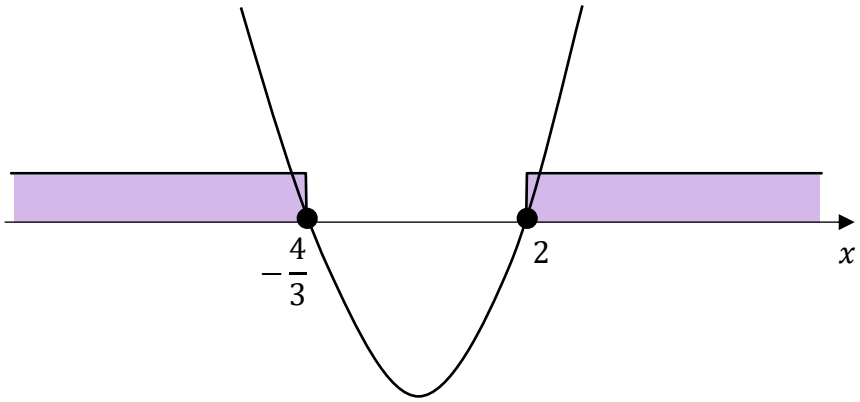
$$(3x + 4)(x - 2) = 0$$

$$3x + 4 = 0 \quad \text{lub} \quad x - 2 = 0$$

$$x = -\frac{4}{3} \quad \text{lub} \quad x = 2$$

Miejscami zerowymi funkcji $y = (3x + 4)(x - 2)$ są liczby: $x_1 = -\frac{4}{3}$, $x_2 = 2$.

Szkicujemy wykres funkcji kwadratowej $y = (3x + 4)(x - 2)$.
Odczytujemy argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości nieujemne.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right] \cup [2, +\infty)$.

Sposób III

Przekształcamy nierówność równoważnie i stosujemy metodę grupowania wyrazów:

$$3x^2 + 4x \geq 6x + 8$$

$$x(3x + 4) \geq 2(3x + 4)$$

$$x(3x + 4) - 2(3x + 4) \geq 0$$

$$(3x + 4)(x - 2) \geq 0$$

Dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b prawdziwa jest równoważność:

$$a \cdot b \geq 0 \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } (a \leq 0 \text{ i } b \leq 0) \text{ lub } (a \geq 0 \text{ i } b \geq 0)$$

Przekształcamy nierówność $(3x+4)(x-2) \geq 0$, na podstawie powyższej równoważności:

$$(3x+4 \leq 0 \text{ i } x-2 \leq 0) \text{ lub } (3x+4 \geq 0 \text{ i } x-2 \geq 0)$$

$$\left(x \leq -\frac{4}{3} \text{ i } x \leq 2\right) \text{ lub } \left(x \geq -\frac{4}{3} \text{ i } x \geq 2\right)$$

$$x \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right] \text{ lub } x \in [2, +\infty)$$

Zatem zbiorem rozwiązań nierówności $3x^2+4x \geq 6x+8$ jest $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right] \cup [2, +\infty)$.

Sposób IV

Przekształcamy nierówność równoważnie:

$$3x^2+4x \geq 6x+8$$

$$x(3x+4) \geq 2(3x+4)$$

Rozważmy trzy przypadki.

Przypadek 1. (gdy $3x+4=0$)

Rozwiązaniem równania $3x+4=0$ jest liczba $\left(-\frac{4}{3}\right)$.

Dla $x=-\frac{4}{3}$ nierówność $x(3x+4) \geq 2(3x+4)$ jest prawdziwa.

Przypadek 2. (gdy $3x+4>0$)

Zbiorem rozwiązań nierówności $3x+4>0$ jest przedział $\left(-\frac{4}{3}, +\infty\right)$.

Dzielimy stronami nierówność $x(3x+4) \geq 2(3x+4)$ przez dwumian $3x+4$ i otrzymujemy $x \geq 2$.

Zatem $x \in \left(-\frac{4}{3}, +\infty\right)$ i $x \in [2, +\infty)$. Stąd otrzymujemy $x \in [2, +\infty)$.

Przypadek 3. (gdy $3x+4<0$)

Zbiorem rozwiązań nierówności $3x+4<0$ jest przedział $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$.

Dzielimy stronami nierówność $x(3x+4) \geq 2(3x+4)$ przez dwumian $3x+4$ i otrzymujemy $x \leq 2$.

Zatem $x \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$ i $x \in (-\infty, 2]$. Stąd otrzymujemy $x \in \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$.

Zatem zbiorem rozwiązań nierówności $3x^2+4x \geq 6x+8$ jest $\left\{-\frac{4}{3}\right\} \cup [2, +\infty) \cup \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$, czyli $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right] \cup [2, +\infty)$.

Zadanie 11. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: IV.2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: 78.

1 pkt – zapisanie układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi pozwalającego obliczyć liczbę biletów ulgowych i liczbę biletów normalnych sprzedanych na przedstawienie, np.

$x + y = 200$ oraz $0{,}75 \cdot (35x + 25y) = 4665$

ALBO

– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć liczbę biletów ulgowych sprzedanych na przedstawienie, np.

$35(200 - y) + 25y = \frac{4665}{0{,}75}$,

ALBO

– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć liczbę biletów normalnych sprzedanych na przedstawienie, np.

$35x + 25(200 - x) = \frac{4665}{0{,}75}$,

ALBO

– zapisanie różnicy $\frac{4665}{0{,}75} - 25 \cdot 200$ **oraz** zapisanie różnicy $35 - 25$,

ALBO

– zapisanie różnicy $35 \cdot 200 - \frac{4665}{0{,}75}$ **oraz** zapisanie różnicy $35 - 25$,

ALBO

– zapisanie różnicy $\frac{4665}{0{,}75} - (25 \cdot 100 + 35 \cdot 100)$ **oraz** zapisanie różnicy $35 - 25$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:

Jeżeli zdający sprawdza warunki zadania dla wybranych par liczb x oraz y i wskaże właściwą odpowiedź, ale nie uzasadni, że jest to jedyne rozwiązanie zadania, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Oznaczmy:

x – liczba biletów normalnych sprzedanych na przedstawienie,

y – liczba biletów ulgowych sprzedanych na przedstawienie.

Po uwzględnieniu warunków zadania otrzymujemy:

$$x + y = 200 \quad \text{oraz} \quad 0{,}75 \cdot (35x + 25y) = 4665$$

Z pierwszego z tych równań wyznaczamy $x = 200 - y$ i podstawiamy w miejsce x do drugiego z równań, w wyniku czego otrzymujemy:

$$0{,}75 \cdot [35(200 - y) + 25y] = 4665 \quad /: 0{,}75$$

$$35(200 - y) + 25y = 6220$$

$$7000 - 35y + 25y = 6220$$

$$-10y = -780$$

$$y = 78$$

Na przedstawienie sprzedano 78 biletów ulgowych.

Sposób II

Przychód organizatorów ze sprzedaży biletów jest równy:

$$\frac{4665}{0{,}75} = 6220$$

Gdyby organizatorzy sprzedali wszystkie bilety po 35 złotych, to uzyskaliby przychód w wysokości $35 \cdot 200 = 7000$ złotych, a więc o $7000 - 6220 = 780$ złotych więcej niż w rzeczywistości.

Bilet normalny kosztuje o 10 złotych więcej niż bilet ulgowy.

Zatem organizatorzy sprzedali $780 : 10 = 78$ biletów ulgowych.

Uwaga.

Metodę zaprezentowaną w sposobie II można wykorzystać również dla dowolnej konfiguracji liczby biletów ulgowych i normalnych dających łącznie 200 biletów; np. gdyby organizatorzy sprzedali 30 biletów normalnych i 170 biletów ulgowych, to uzyskaliby przychód w wysokości $30 \cdot 35 + 170 \cdot 25 = 5300$ złotych, a więc o $6220 - 5300 = 920$ złotych mniej niż w rzeczywistości.

Bilet normalny kosztuje o 10 złotych więcej niż bilet ulgowy.

Zatem organizatorzy w rzeczywistości sprzedali o $920 : 10 = 92$ bilety ulgowe mniej – a więc sprzedali $170 - 92 = 78$ biletów ulgowych.

Zadanie 12.1. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą […] wykresów, wzorów […]; V.4) odczytuje z wykresu funkcji: […] największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie dwóch zdań.
1 pkt – poprawne uzupełnienie jednego zdania.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Rozwiązanie

1. Rozwiązaniem równania $f(x) = 3$ jest liczba 1.

2. Największa wartość funkcji f w przedziale $[2, 3]$ jest równa 4.

Zadanie 12.2. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji: […] zbiór wartości, […] przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe […] od danej liczby […]. I.6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne uzupełnienie dwóch zdań.
1 pkt – poprawne uzupełnienie jednego zdania.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga:

Uzupełnienie zdania uznaje się za poprawne tylko wtedy, gdy zapisane krańce przedziału są poprawne i można jednoznacznie ustalić, czy przedział zapisany przez zdającego jest otwarty czy domknięty.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający pomyli porządek liczb na osi liczbowej przy zachowaniu poprawnych krańców przedziału, np. zapisze, że zbiorem wartości funkcji f jest przedział $[4, -2]$, to otrzymuje **1 punkt** za tak uzupełnione zdanie.

Rozwiązanie

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $[-2, 4]$.

2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe od 1, jest przedział $(-1, 4)$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
FF	FF

Zadanie 13.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.11) wykorzystuje własności funkcji liniowej […] do interpretacji zagadnień geometrycznych […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
A	D

Zadanie 14. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: V.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$.

3 pkt – spełnienie jednego z kryteriów za 2 punkty **oraz** obliczenie wartości jednego ze współczynników a, b lub c funkcji f: $a=\frac{1}{2}$ lub $b=-3$, lub $c=\frac{5}{2}$.

2 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x)=a(x-3)^2-2$ **oraz** zapisanie, że jednym z miejsc zerowych funkcji f jest liczba 1
ALBO
– zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x)=a(x-1)(x-5)$ lub $f(x)=a(x-1)^2-4a(x-1)$,
ALBO
– wykorzystanie wzoru funkcji g w postaci kanonicznej (lub iloczynowej) i zapisanie równania z jedną niewiadomą a, np. $0=a(0-2)^2-2$, $0=a(4-2)^2-2$, $-2=a\cdot 2\cdot(2-4)$,
ALBO
– zapisanie układu trzech niezależnych równań z trzema niewiadomymi a, b, c prowadzącego do obliczenia wartości współczynników a, b oraz c, np.:
$a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=0$ oraz $\frac{-b}{2a}=3$ oraz $\frac{-(b^2-4ac)}{4a}=-2$
lub
$a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=0$ oraz $\frac{-b}{2a}=3$ oraz $a\cdot 3^2+b\cdot 3+c=-2$.

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x)=a(x-3)^2-2$
ALBO
– zapisanie, że jednym z miejsc zerowych funkcji f jest liczba 1,
ALBO
– zapisanie, że wierzchołkiem wykresu funkcji g jest punkt o współrzędnych $(2,-2)$,
ALBO
– zapisanie, że drugim miejscem zerowym funkcji g jest liczba 4,
ALBO
– zapisanie układu dwóch niezależnych równań z trzema niewiadomymi a, b, c, np.:
$\frac{-b}{2a}=3$ oraz $\frac{-(b^2-4ac)}{4a}=-2$
lub

$\frac{-b}{2a} = 3$ oraz $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = -2$,
lub
$a + b + c = 0$ oraz $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = -2$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający obliczy poprawnie wartości współczynników a, b oraz c we wzorze funkcji f, to może otrzymać **4 punkty** za całe rozwiązanie.

2. Jeżeli zdający poprawnie obliczy/poda

a) miejsce zerowe funkcji f, ale zapisze błędne równanie
$0 = a(1+3)^2 - 2$ lub
$0 = a(5+3)^2 - 2$, lub
$0 = a(1-3) - 2$, lub
$0 = a(5-3) - 2$,

b) miejsca zerowe funkcji f, ale zapisze błędne równanie
$-2 = a(3+1)(3+5)$ lub
$-2 = a(3+1)(3-5)$, lub
$-2 = a(3-1)(3+5)$,

a następnie konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca, to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie.

3. Jeżeli zdający błędnie zidentyfikuje miejsce zerowe funkcji f jako (-1) lub 0, a następnie konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca, to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie.

4. Jeżeli zdający poprawnie obliczy/poda

a) współrzędne wierzchołka wykresu funkcji g, ale zapisze błędne równanie
$0 = a(0+2)^2 - 2$,

b) współrzędne wierzchołka wykresu funkcji g oraz drugie miejsce zerowe tej funkcji, ale zapisze błędne równanie $-2 = a \cdot 2 \cdot (2+4)$ lub $4 = a(0-2)^2 - 2$,

a następnie konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca, to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie.

5. Jeżeli zdający błędnie zidentyfikuje wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji g, jako punkt $(4,-2)$ albo $(3,-1)$, albo $(3,-3)$, a następnie konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże zadanie do końca, to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie.

6. Jeżeli zdający obliczy poprawnie wartość współczynnika a we wzorze funkcji g, lecz do wzoru funkcji f wstawia inną wartość tego współczynnika, to otrzymuje **2 punkty** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Korzystamy ze wzoru na postać kanoniczną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = a(x-3)^2 - 2, \text{ gdzie } a \neq 0.$$

Ponieważ liczba 0 jest jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej g określonej wzorem $g(x) = f(x+1)$, więc:

$$g(0) = 0$$

Stąd:

$$f(0+1) = 0$$

$$f(1) = 0$$

Zatem:

$$a(1-3)^2 - 2 = 0$$

$$4a - 2 = 0$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci kanonicznej:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$$

Przekształcamy wzór funkcji f do postaci ogólnej:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9) - 2 = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$$

Sposób II

Ponieważ liczba 0 jest jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej g określonej wzorem $g(x) = f(x+1)$, więc:

$$g(0) = 0$$

Stąd:

$$f(0+1) = 0$$

$$f(1) = 0$$

To oznacza, że jednym z miejsc zerowych funkcji f jest liczba 1.
Wykres funkcji f jest symetryczny względem prostej o równaniu $x = 3$, zatem drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba 5.

Korzystamy ze wzoru na postać iloczynową funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = a(x-1)(x-5), \text{ gdzie } a \neq 0.$$

Punkt $(3, -2)$ leży na wykresie funkcji f, więc:

$$f(3) = -2$$

$$a(3-1)(3-5) = -2$$

$$-4a = -2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci iloczynowej:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-5)$$

Przekształcamy wzór funkcji f do postaci ogólnej:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-5) = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 5) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$$

Sposób III

Korzystamy ze wzoru na postać ogólną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ gdzie } a \neq 0.$$

Odcięta wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji f jest równa 3. Zatem:

$$\frac{-b}{2a} = 3$$

$$b = -6a$$

Rzędna wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji f jest równa (-2). Zatem:

$$\frac{-\Delta}{4a} = -2$$

$$\frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = -2$$

Podstawiamy do ostatniego równania w miejsce b wyrażenie $(-6a)$ i otrzymujemy:

$$\frac{-((-6a)^2 - 4ac)}{4a} = -2$$

$$\frac{4a \cdot (-9a + c)}{4a} = -2$$

$$-9a + c = -2$$

$$c = 9a - 2$$

Ponieważ liczba 0 jest jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej g określonej wzorem $g(x) = f(x+1)$, więc:

$$g(0) = 0$$

Zatem:

$$f(0+1) = 0$$

$$f(1) = 0$$

$$a + b + c = 0$$

Stąd i z uzyskanych wcześniej równań obliczamy wartości współczynników a, b oraz c:

$$a+(-6a)+(9a-2)=0$$

$$4a=2$$

$$a=\frac{1}{2}$$

$$b=-6a=-6\cdot\frac{1}{2}=-3$$

$$c=9a-2=9\cdot\frac{1}{2}-2=\frac{5}{2}$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci ogólnej:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$$

Sposób IV

Korzystamy ze wzoru na postać ogólną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x)=ax^2+bx+c, \text{ gdzie } a\neq 0.$$

Wykres funkcji g powstaje w wyniku przesunięcia wykresu funkcji f wzdłuż osi Ox o 1 jednostkę w lewo. Zatem miejscem zerowym funkcji f jest liczba 1.
Wykres funkcji f jest symetryczny względem prostej o równaniu $x=3$, więc drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba 5. Stąd i z tego, że punkt $(3,-2)$ leży na wykresie funkcji f, otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} f(1)=0 \\ f(5)=0 \\ f(3)=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=0 \\ a\cdot 5^2+b\cdot 5+c=0 \\ a\cdot 3^2+b\cdot 3+c=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ 25a+5b+c=0 \\ 9a+3b+c=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=-a-b \\ 25a+5b+c=0 \\ 9a+3b+c=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25a+5b-a-b=0 \\ 9a+3b-a-b=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24a+4b=0 \quad /:4 \\ 8a+2b=-2 \quad /:2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a+b=0 \\ 4a+b=-1 \end{cases}$$

Odejmując równania stronami, otrzymujemy:

$$(6a+b)-(4a+b)=0-(-1)$$

$$2a=1$$

$$a=\frac{1}{2}$$

Stąd:

$$b=-6a=-6\cdot\frac{1}{2}=-3 \quad \text{oraz} \quad c=-a-b=-\frac{1}{2}-(-3)=\frac{5}{2}$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci ogólnej:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$$

Sposób V

Wykres funkcji g powstaje w wyniku przesunięcia wykresu funkcji f wzdłuż osi Ox o 1 jednostkę w lewo. Zatem wykresem funkcji g jest parabola o wierzchołku w punkcie $(2,-2)$.

Korzystamy ze wzoru na postać kanoniczną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$g(x)=a(x-2)^2-2, \text{ gdzie } a\neq 0.$$

Ponieważ liczba 0 jest jednym z miejsc zerowych funkcji g, więc:

$$g(0)=0$$

Stąd:

$$a(0-2)^2-2=0$$

$$4a=2$$

$$a=\frac{1}{2}$$

Zapisujemy wzór funkcji g w postaci kanonicznej:

$$g(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2-2$$

Ponieważ $g(x)=f(x+1)$, więc $f(x)=g(x-1)$.

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci kanonicznej:

$$f(x)=g(x-1)=\frac{1}{2}(x-1-2)^2-2=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$$

Przekształcamy wzór funkcji f do postaci ogólnej:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)^2-2=\frac{1}{2}(x^2-6x+9)-2=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$$

Zadanie 15. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: VI.7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań […].

Zasady oceniania

3 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $k = 41$.

2 pkt – obliczenie wszystkich wyrazów ciągu geometrycznego: $(8,\ 32,\ 128)$

ALBO

– zapisanie równania z jedną niewiadomą k, wynikającego z własności ciągu geometrycznego, np. $32^2 = 8 \cdot (3k + 5)$.

1 pkt – obliczenie wyrazów a_1 oraz a_9: $a_1 = 8,\ a_9 = 32$

ALBO

– wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie związku między wyrazami $a_1,\ a_9,\ a_k$, np. $(a_9)^2 = a_1 \cdot a_k$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:

Jeżeli zdający rozważa ciąg geometryczny $(a_1,\ a_l,\ a_k)$, gdzie l jest liczbą naturalną większą od 2 i różną od 9, oraz rozwiąże zadanie konsekwentnie do końca, to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie (1 punkt za zapisanie wszystkich wyrazów tego ciągu lub zapisanie równania z jedną niewiadomą k wynikającego z własności ciągu geometrycznego oraz 1 punkt za konsekwentne obliczenie k).

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Korzystamy ze wzoru na n-ty wyraz ciągu (a_n) i obliczamy wyrazy a_1 oraz a_9:

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$$

$$a_9 = 3 \cdot 9 + 5 = 32$$

Zatem iloraz trzywyrazowego ciągu geometrycznego $(8,\ 32,\ a_k)$ jest równy $\frac{32}{8} = 4$.

Stąd:

$$a_k = 32 \cdot 4 = 128$$

Obliczamy k:

$$a_k = 128$$

$$3k + 5 = 128$$

$$k = 41$$

Sposób II

Korzystamy ze wzoru na n-ty wyraz ciągu (a_n) i zapisujemy:

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$$

$$a_9 = 3 \cdot 9 + 5 = 32$$

$$a_k = 3k + 5$$

Z warunków zadania wynika, że ciąg $(8,\ 32,\ 3k + 5)$ jest geometryczny.
Z własności ciągu geometrycznego otrzymujemy:

$$32^2 = 8 \cdot (3k + 5)$$

$$32 \cdot 4 \cdot 8 = 8 \cdot (3k + 5) \quad /: 8$$

$$128 = 3k + 5$$

$$k = 41$$

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na n-ty wyraz […] ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
B	C

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.6) stosuje wzór na n-ty wyraz […] ciągu geometrycznego.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne uzupełnienie zdania.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Rozwiązanie

Iloczyn $a_2 \cdot a_7$ jest równy 18.

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VII.1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus […] dla kątów od $0°$ do $180°$ […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A
C

Wersja B
C

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: VIII.5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
C	B

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: VIII.7) stosuje twierdzenie Talesa.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
B	C

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: VIII.11) przeprowadza dowody geometryczne.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i przeprowadzenie pełnego rozumowania.

1 pkt – zapisanie pola trójkąta KNM w postaci $P_{KNM} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot |MN| \cdot \sin\alpha$ **oraz** zapisanie pola trójkąta NLM w postaci $P_{NLM} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot |MN| \cdot \sin\alpha$

ALBO

– uzasadnienie, że wysokości trójkątów KNM i NLM poprowadzone z wierzchołka N są równe,

ALBO

– zapisanie pola trójkąta KNM w postaci $P_{KNM} = \frac{1}{2} \cdot |KN| \cdot h$ **oraz** zapisanie pola trójkąta NLM w postaci $P_{NLM} = \frac{1}{2} \cdot |NL| \cdot h$,

ALBO

– zapisanie związku $\frac{|KN|}{|NL|} = \frac{a}{b}$,

ALBO

– zapisanie związku $\frac{P_{KNM}}{P_{NLM}} = \frac{|KN|}{|NL|}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. a) Jeżeli zdający zapisze $\frac{P_{KNM}}{P_{NLM}} = \frac{\frac{1}{2}ah}{\frac{1}{2}bh} = \frac{a}{b}$ i w rozwiązaniu nie określa, że h reprezentuje wysokości trójkątów KNM i NLM poprowadzone z wierzchołka N, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

b) Jeżeli zdający zapisze $\frac{P_{KNM}}{P_{NLM}} = \frac{\frac{1}{2}ah}{\frac{1}{2}bh} = \frac{a}{b}$ i w rozwiązaniu określa (np. na rysunku), że h reprezentuje wysokości trójkątów KNM i NLM poprowadzone z wierzchołka N, ale nie uzasadnia równości tych wysokości, to może otrzymać **1 punkt** za całe rozwiązanie, o ile nie popełnił innych błędów.

2. Jeżeli zdający przyjmuje konkretną wartość kąta, np. $|\sphericalangle LMK| = 90°$, i na tym opiera swoje rozumowanie, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Przyjmijmy następujące oznaczenie: $|\sphericalangle LMK| = 2\alpha$.

Odcinek MN zawiera się w dwusiecznej kąta LMK, więc $|\sphericalangle NMK| = \alpha$ oraz $|\sphericalangle LMN| = \alpha$.

Stosujemy wzór na pole trójkąta w zależności od długości dwóch boków i sinusa kąta między tymi bokami i otrzymujemy:

$$P_{KNM} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot |MN| \cdot \sin\alpha$$

$$P_{NLM} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot |MN| \cdot \sin\alpha$$

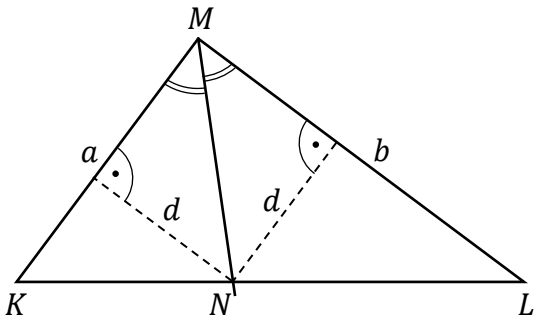
Zatem:

$$\frac{P_{KNM}}{P_{NLM}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot |MN| \cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2} \cdot b \cdot |MN| \cdot \sin\alpha} = \frac{a}{b}$$

To należało wykazać.

Sposób II

Dwusieczna kąta jest zbiorem punktów równoodległych od ramion tego kąta. Punkt N leży na dwusiecznej kąta LMK. Oznacza to, że odległości punktu N od półprostych MK i ML są równe. Zatem wysokości trójkątów KNM i NLM poprowadzone z wierzchołka N są równe. Oznaczmy tę wysokość przez d (zobacz rysunek).



Wtedy:

$$\frac{P_{KNM}}{P_{NLM}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot d}{\frac{1}{2} \cdot b \cdot d} = \frac{a}{b}$$

To należało wykazać.

Sposób III

Trójkąty KNM i NLM mają wspólną wysokość h poprowadzoną z wierzchołka M, więc stosunek pól tych trójkątów jest równy:

$$\frac{P_{KNM}}{P_{NLM}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot |KN| \cdot h}{\frac{1}{2} \cdot |NL| \cdot h} = \frac{|KN|}{|NL|}$$

Z twierdzenia o dwusiecznej zastosowanego w trójkącie KLM otrzymujemy:

$$\frac{|KN|}{|NL|} = \frac{a}{b}$$

Zatem:

$$\frac{P_{KNM}}{P_{NLM}} = \frac{|KN|}{|NL|} = \frac{a}{b}$$

To należało wykazać.

Zadanie 22. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: VIII.3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności; VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: […] środek okręgu opisanego na trójkącie […].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne uzupełnienie zdania.
0 pkt – brak spełnienia powyższego kryterium.

Rozwiązanie

Bok trójkąta $\mathcal{T}$ ma długość 27.

Zadanie 23. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VII.2) korzysta z wzorów $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,\ \operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
D	A

Zadanie 24.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
B	C

Zadanie 24.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: […] środek okręgu opisanego na trójkącie […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
D	A

Zadanie 25. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; IX.4) posługuje się równaniem okręgu $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
PF	PF

Zadanie 26. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: IX.2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej […], w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich, jak np. […] równoległość do innej prostej); IX.1) […] znajduje wspólny punkt dwóch prostych […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
D	D

Zadanie 27. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: X.2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną […]; X.5) oblicza objętości […] ostrosłupów […] również z wykorzystaniem trygonometrii.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $V = 128$.

1 pkt – obliczenie/zapisanie wysokości ostrosłupa: $H = 4$

ALBO

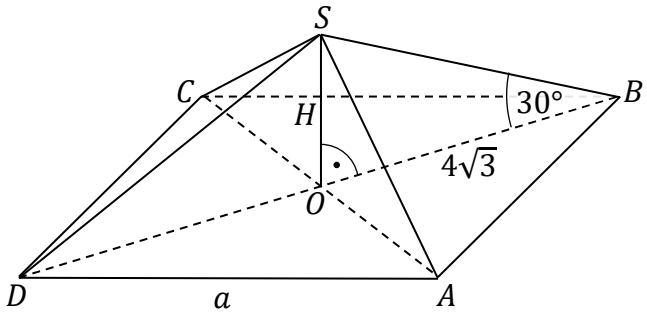
– wyznaczenie pola podstawy ostrosłupa: $P_{ABCD} = \left(4\sqrt{6}\right)^2$ (lub $P_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \left(8\sqrt{3}\right)^2$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli zdający rozpatruje bryłę inną niż ostrosłup prawidłowy czworokątny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku:
a – długość krawędzi podstawy,
H – wysokość ostrosłupa,
O – spodek wysokości ostrosłupa.



Zauważamy, że $a > 0$ i $H > 0$.

Ponieważ O jest punktem przecięcia przekątnych kwadratu, to $|OB| = 4\sqrt{3}$.

W trójkącie prostokątnym SOB mamy:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{|SO|}{|OB|} = \frac{H}{4\sqrt{3}}$$

Zatem:

$$H = 4\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 4$$

Obliczamy objętość V ostrosłupa:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(8\sqrt{3}\right)^2 \cdot 4 = 128$$

Zadanie 28. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: X.5) oblicza objętości […] walca, stożka […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
D	A

Zadanie 29. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XI.2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
A	D

Zadanie 30. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XII.1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $P(A)=\frac{9}{25}$.

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych *LUB* obliczenie/podanie liczby tych zdarzeń: $|\Omega|=5\cdot 5$, *LUB* sporządzenie tabeli o 25 polach odpowiadających zdarzeniom elementarnym, *LUB* sporządzenie pełnego drzewa stochastycznego
ALBO
– wypisanie (lub zaznaczenie w tabeli) wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A i niewypisanie żadnego niewłaściwego,
ALBO
– podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A|=9$, o ile nie zostały zliczone błędne pary,
ALBO
– sporządzenie fragmentu drzewa stochastycznego, który zawiera wszystkie gałęzie sprzyjające zdarzeniu A, **oraz** zapisanie prawdopodobieństwa na co najmniej jednym odcinku każdego z etapów doświadczenia,
ALBO
– podanie prawdopodobieństwa jednoelementowego zdarzenia (elementarnego): $\frac{1}{25}$,
ALBO

– zapisanie tylko $P(A)=\frac{9}{25}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli zdający zapisuje tylko liczby 9 lub 25 i z rozwiązania nie wynika znaczenie tych liczb, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (x,y), gdzie $x\in\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ oraz $y\in\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$.

Liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych obliczamy z wykorzystaniem reguły mnożenia. Moc zbioru Ω jest równa $5\cdot 5=25$.

Zdarzeniu A sprzyjają następujące zdarzenia elementarne:
$(1,2),(1,8),(3,0),(3,6),(5,4),(7,2),(7,8),(9,0),(9,6)$,
więc moc zbioru A jest równa 9.

Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{9}{25}$.

Sposób II

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (x,y), gdzie $x\in\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ oraz $y\in\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$.

W tabeli literą $\mathcal{A}$ zaznaczamy zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A.

x \ y	0	2	4	6	8
1		$\mathcal{A}$			$\mathcal{A}$
3	$\mathcal{A}$			$\mathcal{A}$	
5			$\mathcal{A}$		
7		$\mathcal{A}$			$\mathcal{A}$
9	$\mathcal{A}$			$\mathcal{A}$	

Wszystkich zdarzeń elementarnych jest 25. Zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A jest 9.
Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{9}{25}$.

Zadanie 31. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną […], znajduje medianę […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
PP	PP

Zadanie 32. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
C	B

Zadanie 33.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.11) wykorzystuje własności funkcji […] kwadratowej do interpretacji zagadnień […] fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
D	A

Zadanie 33.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: XIII) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Wersja A	Wersja B
A	D

Ocena prac osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Obowiązują zasady oceniania stosowane przy sprawdzaniu prac zdających bez stwierdzonej dyskalkulii z dodatkowym uwzględnieniem:

I. **ogólnych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią (punkty 1.–12.);
II. dodatkowych **szczegółowych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią – egzamin maturalny z matematyki, poziom podstawowy, termin główny 2026.

I. **Ogólne zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

1. Nie należy traktować jako błędy merytoryczne pomyłek wynikających z:
   - błędnego przepisania
   - przestawienia cyfr
   - zapisania innej cyfry, ale o podobnym wyglądzie
   - przestawienia położenia przecinka
   - przestawienia położenia znaku liczby.
2. W przypadku błędów wynikających ze zmiany znaku liczby należy w każdym zadaniu oddzielnie przeanalizować, czy zdający opanował inne umiejętności, poza umiejętnościami rachunkowymi, oceniane w zadaniu. W przypadku opanowania badanych umiejętności zdający powinien otrzymać przynajmniej 1 punkt.
3. We wszystkich zadaniach otwartych, w których wskazano poprawną metodę rozwiązania, części lub całości zadania, zdającemu należy przyznać przynajmniej 1 punkt, zgodnie z kryteriami do poszczególnych zadań.
4. Jeśli zdający przedstawia nieprecyzyjne zapisy, na przykład pomija nawiasy lub zapisuje nawiasy w niewłaściwych miejscach, ale przeprowadza poprawne rozumowanie lub stosuje właściwą strategię, to może otrzymać przynajmniej 1 punkt za rozwiązanie zadania.
5. W przypadku zadania wymagającego wyznaczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi poprawną metodę wyznaczania pierwiastków trójmianu kwadratowego, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
6. W przypadku zadania wymagającego rozwiązania nierówności kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli stosuje poprawny algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowej, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
7. W przypadku zadania wymagającego stosowania własności funkcji kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt za wykorzystanie konkretnych własności funkcji kwadratowej, istotnych przy poszukiwaniu rozwiązania.

8. W przypadku zadania wymagającego zastosowania własności ciągów arytmetycznych lub geometrycznych zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi wykorzystanie takiej własności ciągu, która umożliwia znalezienie rozwiązania zadania.
9. W przypadku zadania wymagającego analizowania figur geometrycznych na płaszczyźnie kartezjańskiej zdający może otrzymać punkty, jeżeli przy poszukiwaniu rozwiązania przedstawi poprawne rozumowanie, wykorzystujące własności figur geometrycznych, lub zapisze zależności pozwalające rozwiązać zadanie.
10. W przypadku zadania z rachunku prawdopodobieństwa zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeśli przy wyznaczaniu liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających rozważanemu zdarzeniu przyjmuje określoną regularność lub podaje prawidłową metodę wyznaczenia tej liczby zdarzeń elementarnych.
11. W przypadku zadania z geometrii zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeżeli podaje poprawną metodę wyznaczenia długości odcinka potrzebnej do znalezienia rozwiązania.
12. W przypadku zadania wymagającego przeprowadzenia dowodu (z zakresu algebry lub geometrii), jeśli w przedstawionym rozwiązaniu zdający powoła się na własność, która wyznacza istotny postęp, prowadzący do przeprowadzenia dowodu, to może otrzymać 1 punkt.

II. Dodatkowe **szczegółowe zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Zadanie 7.

Uwaga:

Nie stosuje się uwagi 4. z zasad oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 10.

1 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego $3x^2 - 2x - 8$, tzn. zastosowanie wzorów na pierwiastki trójmianu kwadratowego i obliczenie tych pierwiastków,

ALBO

– konsekwentne (do otrzymanego w wyniku popełnienia błędów o charakterze dyskalkulicznym ujemnego lub równego zero wyróżnika) narysowanie paraboli,

ALBO

– poprawne rozwiązanie nierówności $3x^2 + 4x \geq 0$ (tzn. stosuje się punkt 6. ogólnych zasad oceniania),

ALBO

– konsekwentne (do wyznaczonych przez siebie pierwiastków oraz do rozpatrywanego trójmianu i nierówności) wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności.

Uwagi:

1. Nie stosuje się uwag 3., 4. i 5. z zasad oceniania arkusza standardowego.

2. Akceptowane jest zapisanie pierwiastków trójmianu w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi.

Zadanie 11.

1 pkt – zapisanie równania $0{,}75 \cdot (35x + 25y) = 4665$

ALBO

– obliczenie przychodu organizatorów przedstawienia: 6220 zł.

Zadanie 12.1.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 12.2.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 14.

2 pkt – zapisanie miejsc zerowych funkcji f: $x_1 = 1$, $x_2 = 5$,

ALBO

– zapisanie wzoru funkcji g w postaci $g(x) = a(x-2)^2 - 2$,

ALBO

– zapisanie wzoru funkcji g w postaci $g(x) = ax(x-4)$,

ALBO

– zapisanie, że wierzchołkiem wykresu funkcji g jest punkt o współrzędnych $(2, -2)$, **oraz** zapisanie, że drugim miejscem zerowym funkcji g jest liczba 4.

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x-p)^2 + q$ **oraz** zapisanie $p = 3$ oraz $q = -2$

ALBO

– zapisanie jednego z równań:

- $\frac{-b}{2a} = 3$
- $\frac{-\Delta}{4a} = -2$
- $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = -2$
- $a + b + c = 0$

Zadanie 15.

2 pkt – obliczenie ilorazu ciągu geometrycznego $(a_1,\ a_9,\ a_k)$: $q = 4$

ALBO

– obliczenie wyrazów a_1 oraz a_9: $a_1 = 8,\ a_9 = 32,$ **oraz** wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie związku między wyrazami $a_1,\ a_9,\ a_k$, np. $(a_9)^2 = a_1 \cdot a_k$.

1 pkt – obliczenie wyrazu a_1: $a_1 = 8$

ALBO

– obliczenie wyrazu a_9: $a_9 = 32$.

Zadanie 17.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 21.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 22.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 27.

1 pkt – zastosowanie definicji funkcji trygonometrycznej lub związków miarowych w trójkącie o kątach $30°, 60°, 90°$ i zapisanie równania z jedną niewiadomą (wysokością ostrosłupa), np.: $\frac{H}{4\sqrt{3}} = \operatorname{tg} 30°,\ \frac{H}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

ALBO

– obliczenie długości krawędzi podstawy ostrosłupa: $a = 4\sqrt{6}$.

Zadanie 30.

1 pkt – zapisanie jedynie liczby 25 (należy traktować to jako wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych).

Uwagi:

1. W ocenie rozwiązania tego zadania (dla zdających z dyskalkulią) nie stosuje się uwagi ze standardowych zasad oceniania.
2. Jeżeli zdający poprawnie wypisze/zaznaczy wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A, lecz popełni błąd w ich zliczeniu (np. $|A| = 8$) i konsekwentnie zapisze wynik (np. $\frac{8}{25}$), to otrzymuje **2 punkty**.